

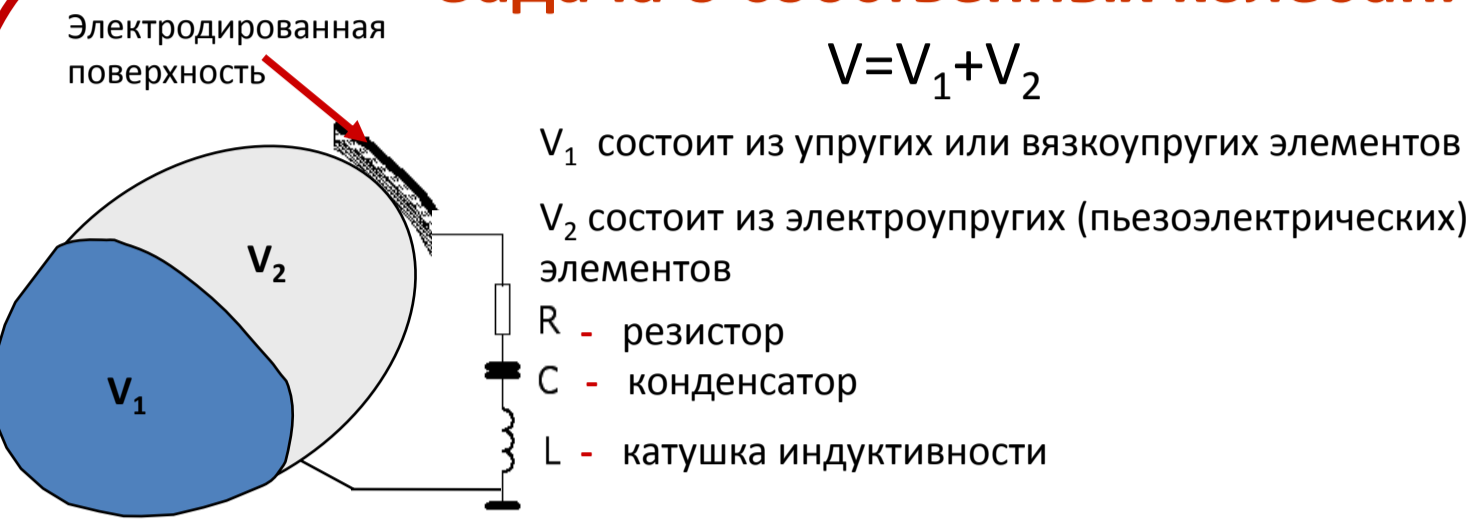


О ВОЗМОЖНОСТИ МУЛЬТИМОДАЛЬНОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА, ШУНТИРОВАННОГО RL-ЦЕПЬЮ

Ошмарин Д.А., Севодина Н.В., Юрлов М.А., Юрлова Н.А.
 Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В работе предложен и численно продемонстрирован подход, позволяющий оценить возможность и целесообразность использования одного пьезоэлемента для реализации стратегии управления динамическим поведением электроупругой конструкции в некотором частотном диапазоне. Подход включает в себя два этапа: определение места расположения пьезоэлемента на поверхности конструкции и определение параметров внешней электрической цепи, подключаемой к его электродированным поверхностям. Определение оптимальных параметров на каждом этапе основано на решении задачи о собственных колебаниях электроупругих тел с внешними электрическими цепями.

Задача о собственных колебаниях электровязкоупругих тел с внешними пассивными электрическими цепями



$V = V_1 + V_2$
 V_1 состоит из упругих или вязкоупругих элементов
 V_2 состоит из электроупругих (пьезоэлектрических) элементов
 R - резистор
 C - конденсатор
 L - катушка индуктивности

Вариационное уравнение движения

$$\int_{V_1} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_{V_2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho \ddot{u}_i \delta u_i dV + \delta A_{cir} = 0$$

где D, E - векторы электрической индукции и напряженности электрического поля
 φ - электрический потенциал
 σ^{ij} - компоненты симметричного тензора напряжений
 u_i - компоненты вектора перемещений
 A_{cir} - внутренняя работа на элементах внешней цепи
 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$ - компоненты тензора линейных деформаций

Физические соотношения для объема V_1 :

Закон Гука:

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_k \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \vartheta \delta_{ij} \right), \quad \sigma = B_k \vartheta$$

Здесь G_k, B_k - упругие сдвиговые и объемные модули, σ - среднее напряжение, ϑ - объемная деформация, s_{ij}, e_{ij} - компоненты девиаторов тензоров напряжений и деформаций,

Физические соотношения для объема V_2 :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k$$

$$D_k = \beta_{ijk} \varepsilon_{ij} + e_{ki} E_i$$

β, e - тензоры пьезоэлектрических коэффициентов и диэлектрической проницаемости
 C - тензор упругих констант пьезоэлемента

Вид слагаемого δA_{cir} :

$$\delta A_{cir} = \left(\sum_{i=1}^{n_L} \frac{1}{L_i} \iint \varphi_1^i - \varphi_2^i dt dt + \sum_{j=1}^{n_R} \frac{1}{R_j} \int \varphi_1^j - \varphi_2^j dt + \sum_{k=1}^{n_C} C_k \varphi_1^{C_k} - \varphi_2^{C_k} \right) \delta \varphi$$

Вид решения для задачи о собственных колебаниях:

$$u_i \bar{x}, t = \bar{u}_i \bar{x} e^{-i\omega t}, \quad \bar{u}_i(\bar{x}) = \bar{u}_1 \bar{x}, \bar{u}_2 \bar{x}, \bar{u}_3 \bar{x}, \bar{\varphi} \bar{x}^T$$

Итоговый вид вариационного уравнения для задачи о собственных колебаниях электровязкоупругого тела с внешней цепью:

$$\int_{V_1} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - \rho \omega^2 \bar{u}_i \delta u_i dV + \int_{V_2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i - \rho \omega^2 \bar{u}_i \delta u_i dV + \sum_{i=1}^{n_L} -\frac{1}{\omega^2 L_i} \bar{\varphi}_1^i - \bar{\varphi}_2^i \delta \varphi + \sum_{j=1}^{n_R} -\frac{i}{\omega R_j} \bar{\varphi}_1^j - \bar{\varphi}_2^j \delta \varphi + \sum_{k=1}^{n_C} C_k \bar{\varphi}_1^{C_k} - \bar{\varphi}_2^{C_k} = 0$$

Результат решения - комплексные собственные частоты колебаний:

$$\omega = \omega_{Re} + i\omega_{Im}$$

ω_{Re} - соответствует круговой частоте колебаний;

ω_{Im} - характеризует скорость затухания колебаний.

Алгоритм определения оптимального месторасположения в конструкции единственного пьезоэлемента для его эффективной работы в заданном частотном диапазоне

Суперпозиция картин распределения коэффициентов электромеханической связи:

$$k_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{nk-ni+1} [k_{ni} + k_{ni+i} - |k_{ni} - k_{ni+i}|], \quad \forall A \quad x_1, x_2, x_3 \in S$$

S - поверхность или часть поверхности конструкции на которой предполагается разместить пьезоэлемент
 ni, nk - номера первой и последней собственных частот колебаний конструкции, входящие в заданный частотный диапазон (в соответствии с нумерацией собственных частот в исходном спектре);
 k_j - значение коэффициента электромеханической связи для j -й собственной частоты и соответствующего месторасположения пьезоэлемента, определяемого координатами его центра масс $A \quad x_1, x_2, x_3$.

$$+ \quad + \quad =$$

Значение коэффициента электромеханической связи определяется следующим образом:

$$k = \sqrt{\frac{\omega_{o/c}^2 - \omega_{s/c}^2}{\omega_{s/c}^2}}$$

$\omega_{o/c}$ - собственная частота колебаний конструкции с пьезоэлементом, работающим в режиме холостого хода
 $\omega_{s/c}$ - собственная частота колебаний конструкции с пьезоэлементом работающим в режиме короткого замыкания

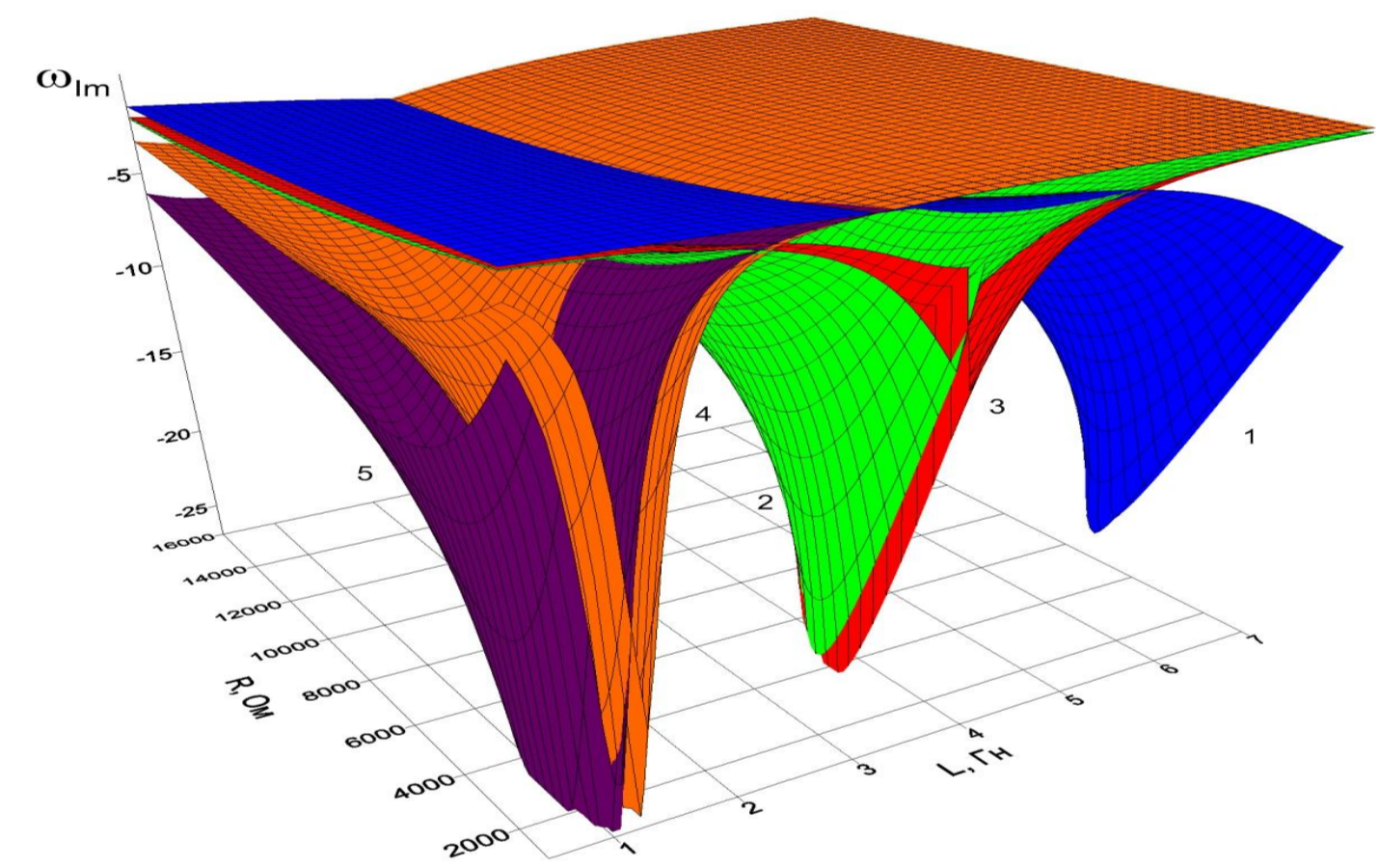
Условие для определения оптимального месторасположения единственного пьезоэлемента, обеспечивающего наилучшую производительность в заданном частотном диапазоне:

$$k_{\Sigma} \rightarrow \max$$

$$k_{diff} = \sum_{j=ni}^{nk} k_j^{\max} - k_j^c \rightarrow \min$$

Алгоритм подбора параметров внешней электрической цепи, обеспечивающих демпфирование колебаний на нескольких частотах

Поскольку при исследовании динамических процессов мы опираемся на решение задачи о собственных колебаниях, для поиска критерия по подбору параметров наиболее логичным для нас является наложение ограничений на скорость затухания колебаний, т.е. мнимую часть комплексной собственной частоты. Анализ поведения мнимых частей ω_{Im} различных комплексных собственных частот колебаний конструкции $\omega = \omega_{Re} + i\omega_{Im}$ в пространстве параметров RL показал, что для некоторых частот в пространстве параметров RL существуют точки, в которых показатели демпфирования совпадают.



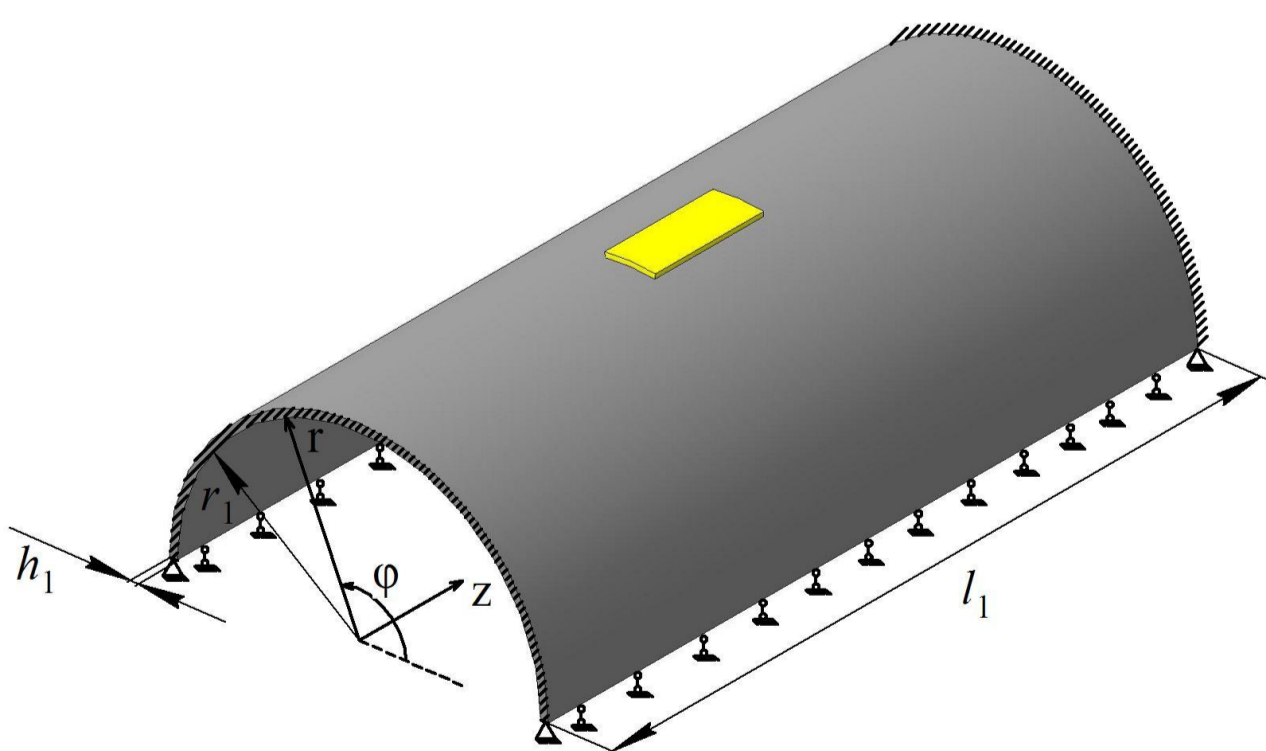
Зависимость показателей демпфирования ω_{Im} различных комплексных собственных частот колебаний конструкции $\omega = \omega_{Re} + i\omega_{Im}$ в пространстве параметров RL

Условие для подбора параметров цепи, обеспечивающих демпфирование колебаний на нескольких частотах:

$$\max |\omega_{Im}^i| = |\omega_{Im}^j| = \dots = |\omega_{Im}^n|$$

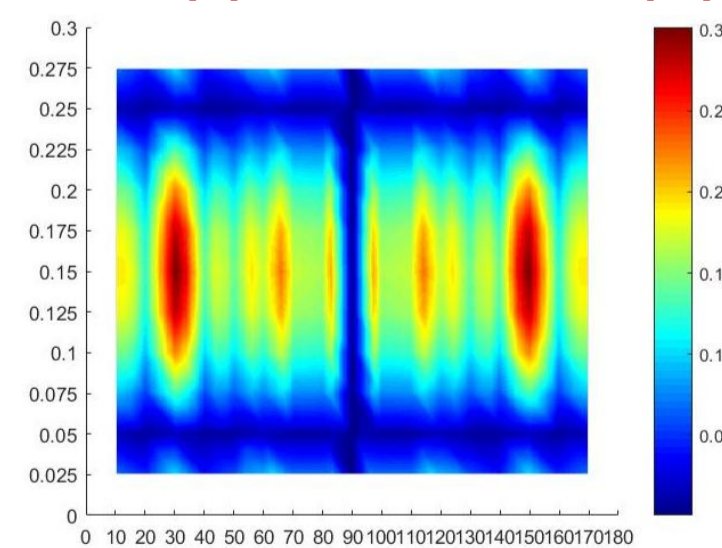
Результаты численных расчетов

Подбор оптимального месторасположения пьезоэлемента и параметров внешней последовательной RL-цепи для наиболее эффективного демпфирования колебаний рассматриваемой конструкции в частотном диапазоне 500 - 700 Гц



Расчетная схема оболочки с пьезоэлементом.

- Размеры: $r_1 = 76$ мм, $l_1 = 300$ мм, $h_1 = 0,3$ мм;
- Размеры пьезоэлемента: 50x20x0,36 мм;
- Физико-механические характеристики материала оболочки: $E=2e11$ Па, $\nu=0,3$, $\rho=7800$ кг/м³;
- Материал пьезоэлемента - пьезокерамика PZT-4



Спектр собственных частот колебаний оболочки без пьезоэлемента

Номер частоты	Собственная частота f_{ν} Гц
1	557.41
2	587.68
3	620.20
4	759.57

Суперпозиция картин распределения значений коэффициента электромеханической связи для всех собственных частот колебаний входящих в рассматриваемый частотный диапазон:

Координаты оптимального расположения центра масс пьезоэлемента для частотного диапазона 500-700 Гц:
 $\varphi=30,23^\circ, \quad z=0,150$ м
 $\varphi=149,77^\circ, \quad z=0,150$ м

Значения оптимальных параметров внешней последовательной RL-цепи, обеспечивающих демпфирование колебаний в частотном диапазоне 500 - 700 Гц

Значения параметров шунтирующей цепи	Значения комплексных собственных частот колебаний	Максимально возможные значения показателей демпфирования (мнимой части комплексных собственных частот)
$L=6,30$ Гн; $R=4,92$ КОм	547,17 - 14,77i	25,99
	575,98 - 15,71i	22,93
	648,74 - 13,44i	35,99

Выводы.

Рассмотрен вариант приложения задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных тел, содержащих пьезоэлементы и внешние электрические цепи, для поиска вариантов, обеспечивающих повышение диссипативных свойств таких систем на нескольких модах колебаний (мультимодальное демпфирование) при наличии одной внешней цепи, состоящей из индуктивного и резистивного элементов.

Поиск вариантов мультимодального демпфирования основан на анализе в пространстве параметров, определяющих электрическую цепь (индуктивность, сопротивление), мнимой части собственной частоты колебаний, которая определяет показатель демпфирования соответствующих мод колебаний.

Показано, что предлагаемый подход наиболее эффективен при соответствующем выборе места расположения пьезоэлемента, и представлен способ, позволяющий реализовать такое расположение пьезоэлемента.

