

АНАЛИЗ ФОРМОИЗМЕНЕНИЙ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ТЕЛ ПРИ ПОДАЧЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА НА ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛОВ

Севодина Н.В., Юрлова Н.А., Ошмарин Д.А., Юрлов М.А.
 Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь



В работе демонстрируется влияние компоновки конструкции пьезоэлементами и возможность изменения ее формы под действием приложенного электрического сигнала для обеспечения наибольшего по величине механического отклика для реализации управления ее динамическим поведением.

В качестве иллюстрации приведены результаты по изменению формы консольно-защемленной пластины при использовании одного, трех и пяти пьезоэлементов, на которые подавался электрический потенциал, полученные на основе решения статической задачи деформирования электроупругих тел.

Математическая постановка задачи

$V = V_1 + V_2$
 V_1 состоит из упругих элементов
 V_2 состоит из электроупругих (пьезоэлектрических) элементов

Уравнение равновесия электроупругого тела

$$\sum_{n=1}^N \left[\int_{V_1^n} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i) dV - \int_{V_1^n} f_i \delta u_i dV \right] + \sum_{m=1}^M \left[\int_{V_2^m} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}) dV - \int_{V_2^m} f_i \delta u_i dV \right] = \int_{S_1^0} p_i \delta u_i dS + \int_{S_2^0} q_e \delta \varphi dS + \int_{S_3^0} p_i \delta u_i dS$$

где D, E – векторы электрической индукции и напряженности электрического поля
 φ – электрический потенциал
 σ^{ij} – компоненты симметричного тензора напряжений
 u_i – компоненты вектора перемещений

Для электрического поля выполняется условие потенциальности:

$$E_j = -\varphi_{,j}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \text{– компоненты тензора линейных деформаций}$$

Физические соотношения для объема V_1 :

Закон Гука:

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_k \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \vartheta \delta_{ij} \right), \quad \sigma = B_k \vartheta$$

Здесь G_k, B_k – упругие сдвиговые и объемные модули,
 σ – среднее напряжение, ϑ – объемная деформация,
 s_{ij}, e_{ij} – компоненты девиаторов тензоров напряжений и деформаций,

Физические соотношения для объема V_2 :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k$$

$$D_k = \beta_{ijk} \varepsilon_{ij} + e_{ki} E_i$$

β, e – тензоры пьезоэлектрических коэффициентов и диэлектрической проницаемости
 C – тензор упругих констант пьезоэлемента

Краевые условия для рассматриваемых переменных формулируются в следующем виде:

$$u_i|_{S=S_0^a} = u_i^0, \quad \sigma_{ij} n_j|_{S=S_0^a} = p_i, \quad \varphi|_{S=S_0^a} = \varphi_0$$

Численная реализация поставленных задач осуществлялась методом конечных элементов с использованием коммерческого пакета прикладных программ ANSYS

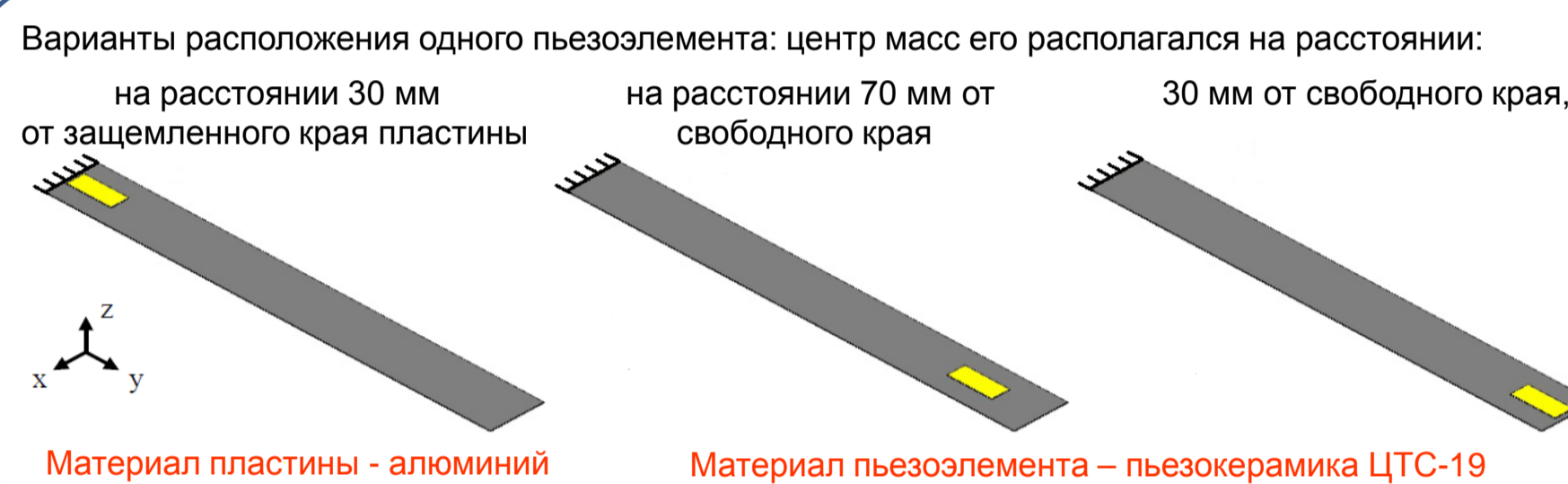
Соотношения метода конечных элементов приводят уравнение равновесия электроупругого тела к матричному виду

$$\sum_{n=1}^N \left[\int_{V_1^n} (\delta \{ \varepsilon_1 \}^T [D_1^n] \{ \varepsilon_1 \}) dV - \int_{V_1^n} \delta \{ u_1^{V_1^n} \}^T \{ f_1 \} dV \right] + \sum_{m=1}^M \left[\int_{V_2^m} (\delta \{ \varepsilon_2 \}^T [D_2^m] \{ \varepsilon_2 \}) dV - \int_{V_2^m} \delta \{ u_2^{V_2^m} \}^T \{ f_2 \} dV \right] = \int_{S_1^0} \delta \{ u_1^{V_1^n} \}^T \{ p_1 \} dS + \int_{S_2^0} \delta \{ u_2^{V_2^m} \}^T \{ p_2 \} dS$$

Результаты численных расчетов

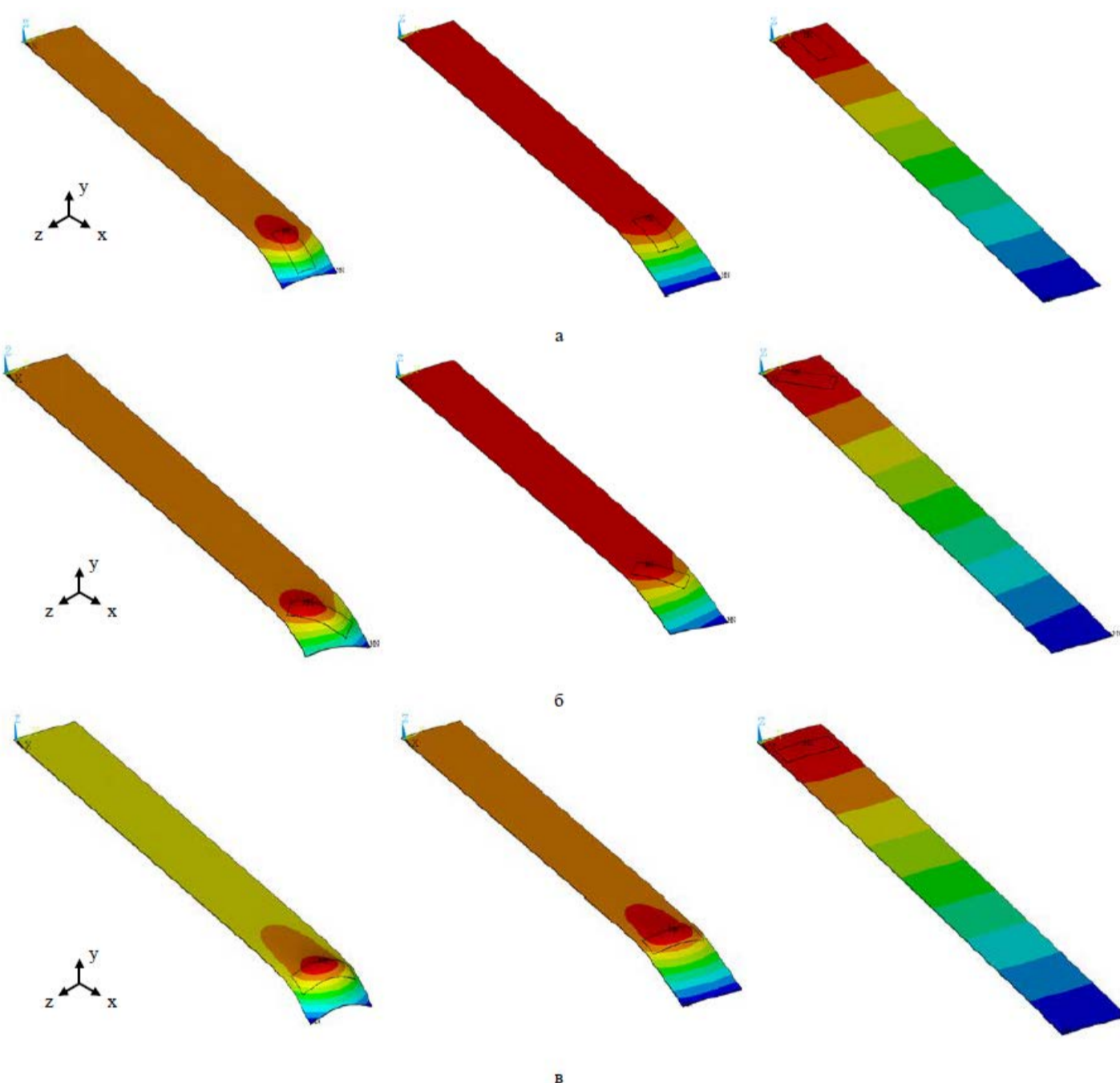
Максимальные значения перемещений достигаются на торце пластины.

На рисунках максимальные по модулю перемещения пластины обозначены синим цветом



Материал пластины – алюминий, материал пьезоэлемента – пьезокерамика ЦТС-19

α (°)	U_z^{\max} мм		
	Вариант расположения пьезоэлемента		
	а	б	в
0	0,925	0,124	0,056
30	0,844	0,120	0,060
45	0,758	0,109	0,056
60	0,674	0,096	0,050
90	0,586	0,074	0,036



Распределение перемещений U_z в зависимости от варианта расположения центра масс пьезоэлемента при различных значениях угла α (а - $\alpha=0^\circ$, б - $\alpha=45^\circ$, в - $\alpha=90^\circ$)

Анализируя картины распределения перемещений, приведенные на рисунке, можно констатировать, что:

> размещение пьезоэлемента в области заделки позволяет наиболее эффективно использовать его для изменения формы рассматриваемой конструкции, поскольку при таком его расположении достигаются максимальные значения перемещений свободного края пластины;

> чем дальше расположен пьезоэлемент от заделки, тем наблюдается больший эффект закручивания поперечного сечения при изменении его ориентации (угол поворота) относительно осей симметрии пластины.

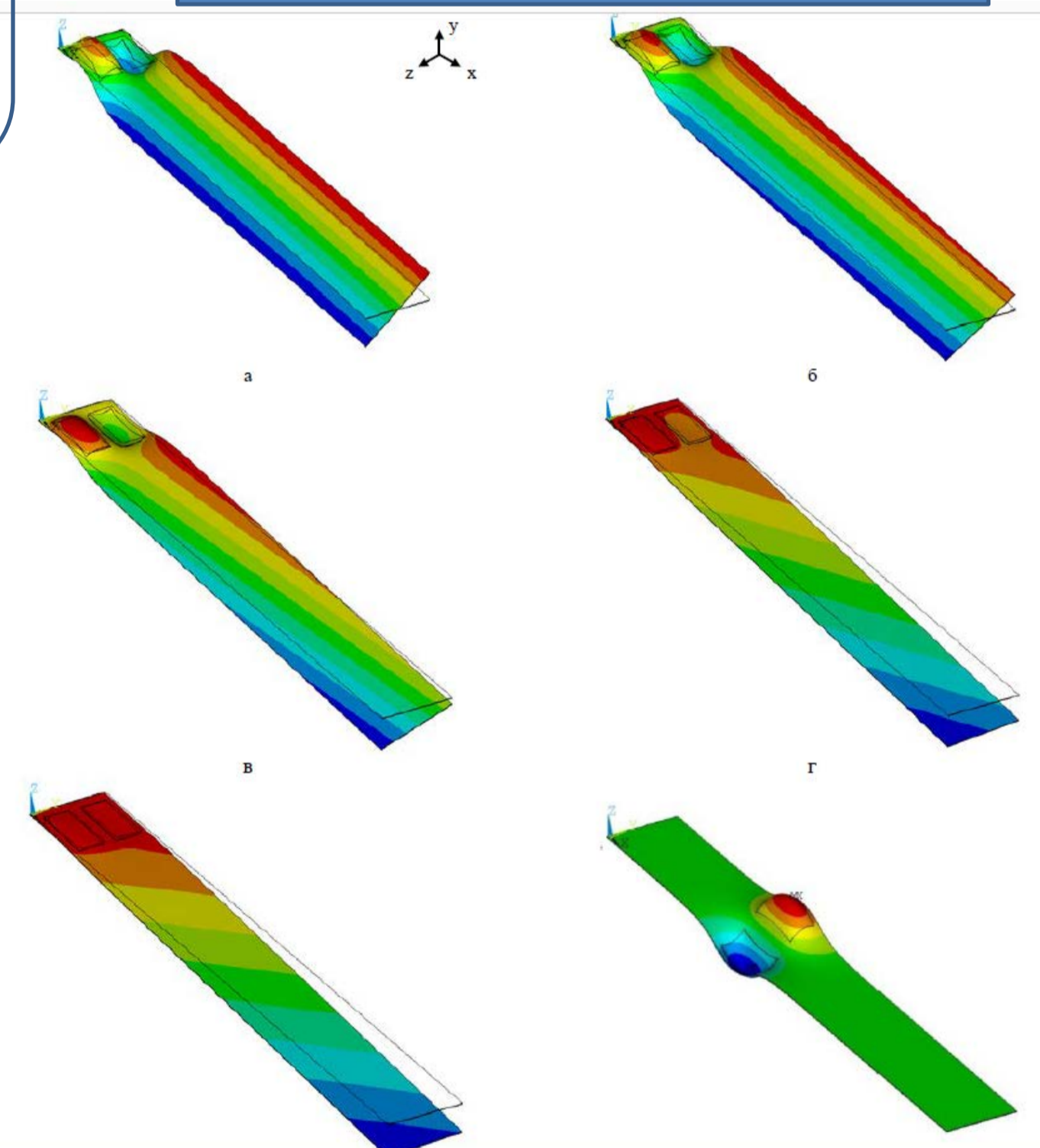
Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что в случае использования двух пьезоэлементов подача на них электрического сигнала **разной полярности** позволяет добиться **закручивания** пластины различной величины.

При этом, в зависимости от соотношения величин сигналов, можно управлять как углом закрутки, так и положением оси кручения.

В то же время, если сместить пьезоэлементы относительно заделки, но сохранить их положение относительно друг друга, также удастся добиться закручивания в некоторой локальной области в окрестности пьезоэлемента.

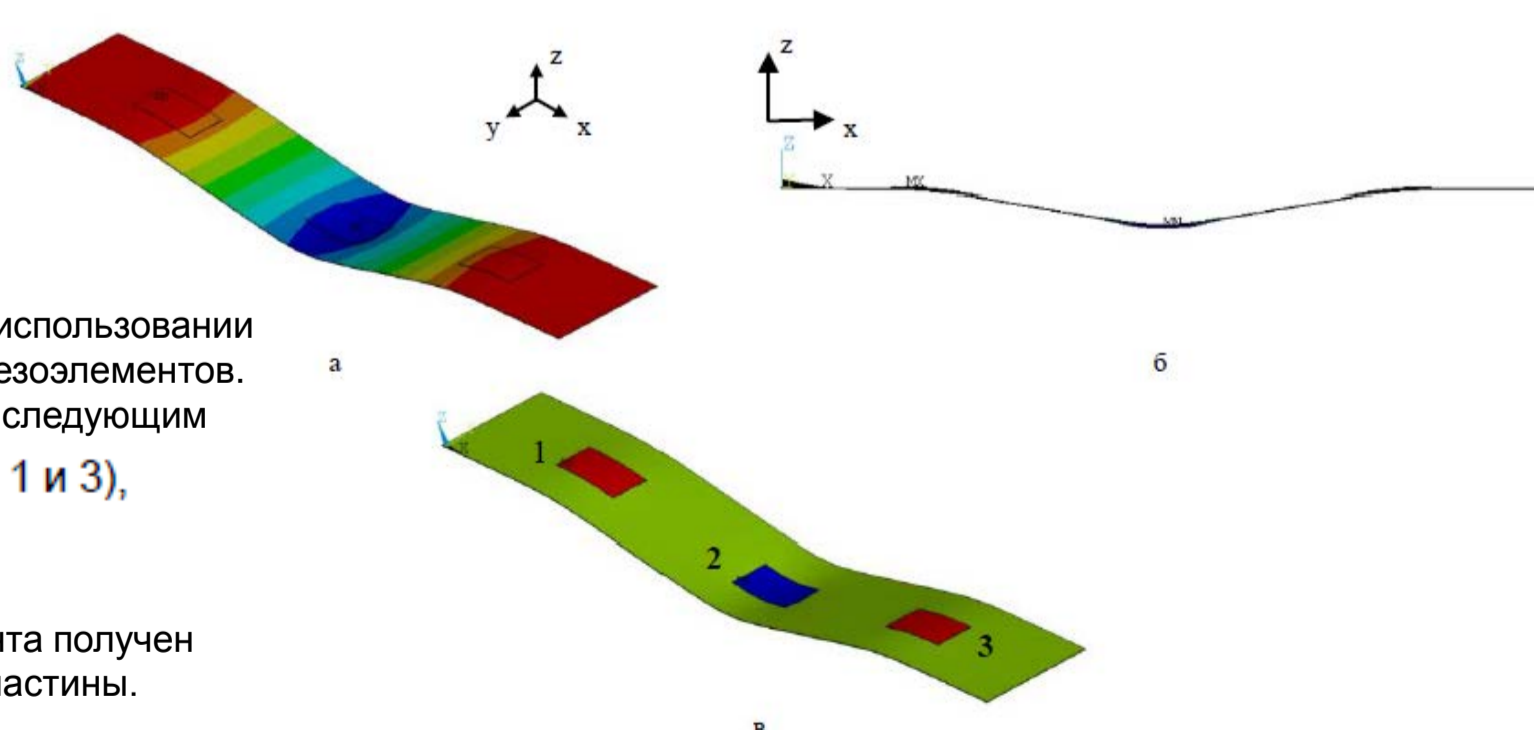
Типовые процедуры метода конечных элементов приводят задачи, описываемые данным уравнением к системам линейных алгебраических уравнений, которые могут быть представлены для задачи о статическом деформировании в матричном виде следующим образом

$$[K] \{ \delta \} = \{ F \}$$



Картины деформирования пластины при подаче на пьезоэлементы следующих управляющих сигналов
 $V_1 = +200$ В, $V_2 = -200$ В (а); $V_1 = +200$ В, $V_2 = -199$ В (б);
 $V_1 = +200$ В, $V_2 = -195$ В (в); $V_1 = +200$ В, $V_2 = -170$ В (г);
 $V_1 = +200$ В, $V_2 = -150$ В (д); $V_1 = +200$ В, $V_2 = -200$ В, центры масс пьезоэлементов смещены на 200 мм от заделки (е).

Получение формы поперечного изгиба пластинки с применением трех и пяти пьезоэлементов, расположенных друг за другом на продольной оси пластинки



Картины деформирования конструкции при применении трех пьезоэлементов (а), вид в плоскости XZ (б) и схема подачи управляющего воздействия на пьезоэлементы (в).

На рисунке приведены картины деформирования пластины при использовании для управления формой трех пьезоэлементов. Управляющий сигнал задавался следующим образом
 $V_1 = V_3 = +100$ В (элементы 1 и 3),
 $V_2 = -200$ В (элемент 2).

В результате для данного варианта получен локальный прогиб в середине пластины.

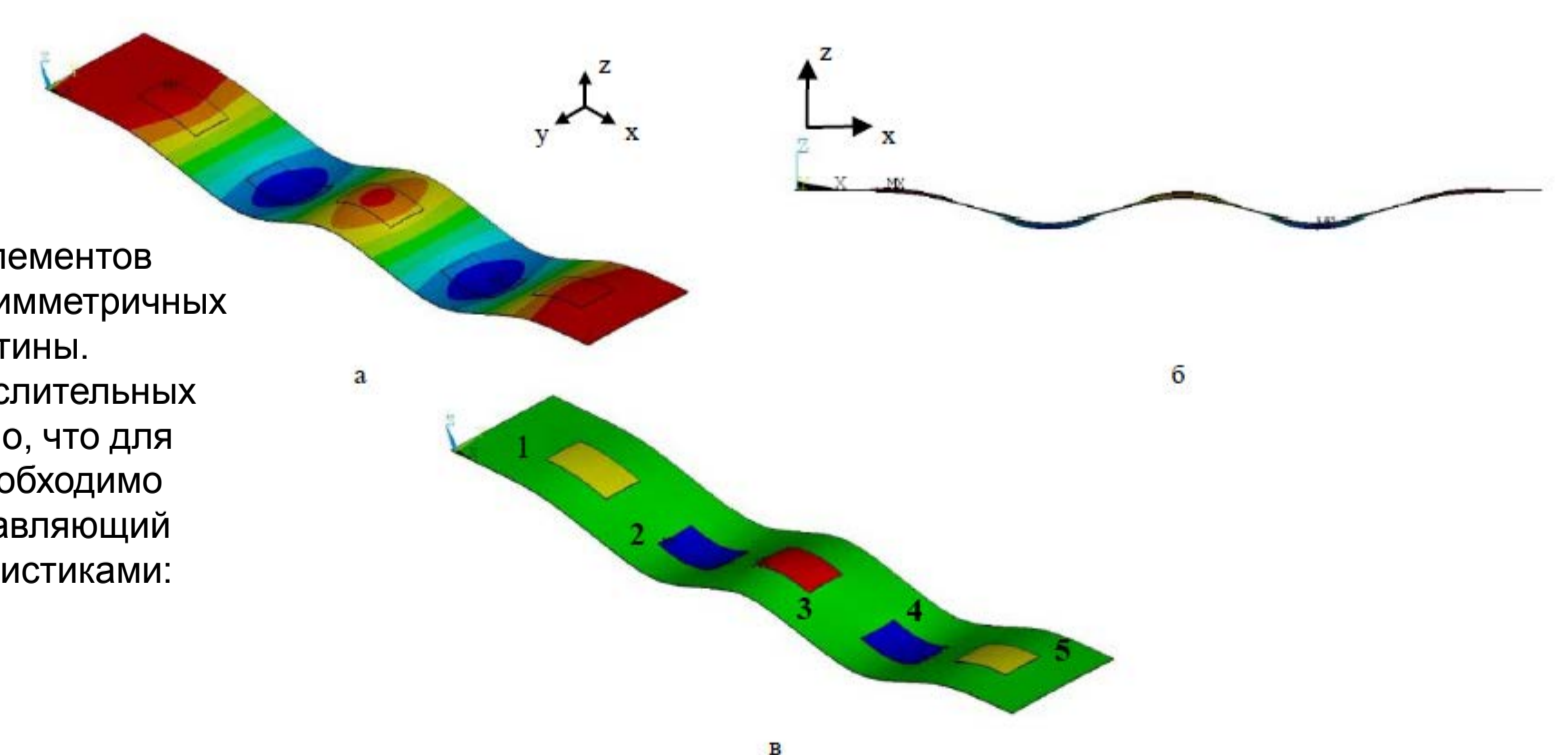
При использовании пяти пьезоэлементов поставлена цель получить два симметричных по перемещениям участка пластины. В результате проведенных вычислительных экспериментов было установлено, что для получения требуемой формы необходимо подавать на пьезоэлементы управляющий сигнал со следующими характеристиками:

$$V_1 = V_5 = +100 \text{ В,}$$

$$V_2 = V_4 = -200 \text{ В,}$$

$$V_3 = 200 \text{ В.}$$

В результате получается картина изгиба пластинки, приведенная на рис. 6.



Картины деформирования конструкции при моделировании изгиба с помощью пяти пьезоэлементов (а), вид в плоскости XZ (б) и схема подачи управляющего воздействия на пьезоэлементы (в).

Выводы

В настоящей работе на примере консольно-защемленной пластинки продемонстрировано влияние на деформацию конструкции применения различного количества пьезоэлементов при разных вариантах их расположения по отношению к основной конструкции и друг к другу, а также прилагаемого к ним электрического потенциала различной направленности. Показано, что в

зависимости от сочетания данных факторов может формироваться как изгиб, кручение, так и сложное деформированное состояние, комбинирующее изгиб с кручением.

Данные исследования могут быть полезными как при реализации формоизменения конструкции, для обеспечения стабильности геометрии при действии различных нагрузок, так и при реализации активных

стратегий управления динамическим поведением конструкций, формируя предварительное напряженное состояние, приводящее к изменению формы колебаний конструкции на заданных модах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-41-590007_p-a).

